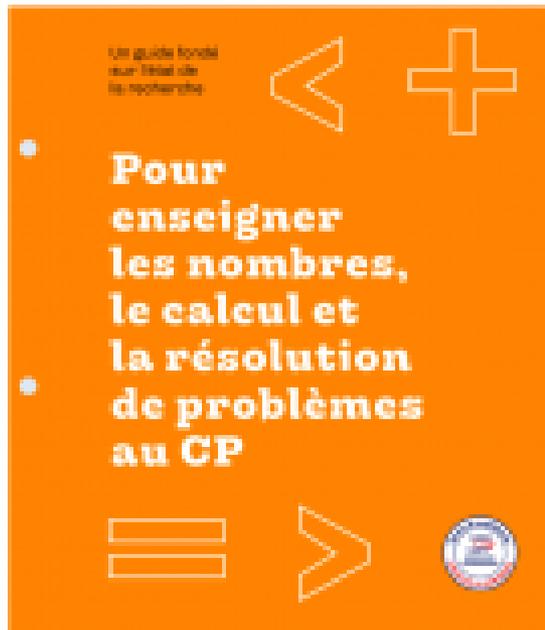


# *Résolution de problème et abstraction*



# Le guide

MINISTÈRE  
DE L'ÉDUCATION  
NATIONALE  
DE LA JEUNESSE  
ET DES SPORTS  
MELS



- « L'accès à l'abstraction est un long processus. »
- « L'abstraction prend appui sur trois étapes concomitantes essentielles, la **manipulation**, la **représentation** et la **verbalisation**, qui permettent le passage progressif vers l'abstraction. »

# *Abstraction ??????*

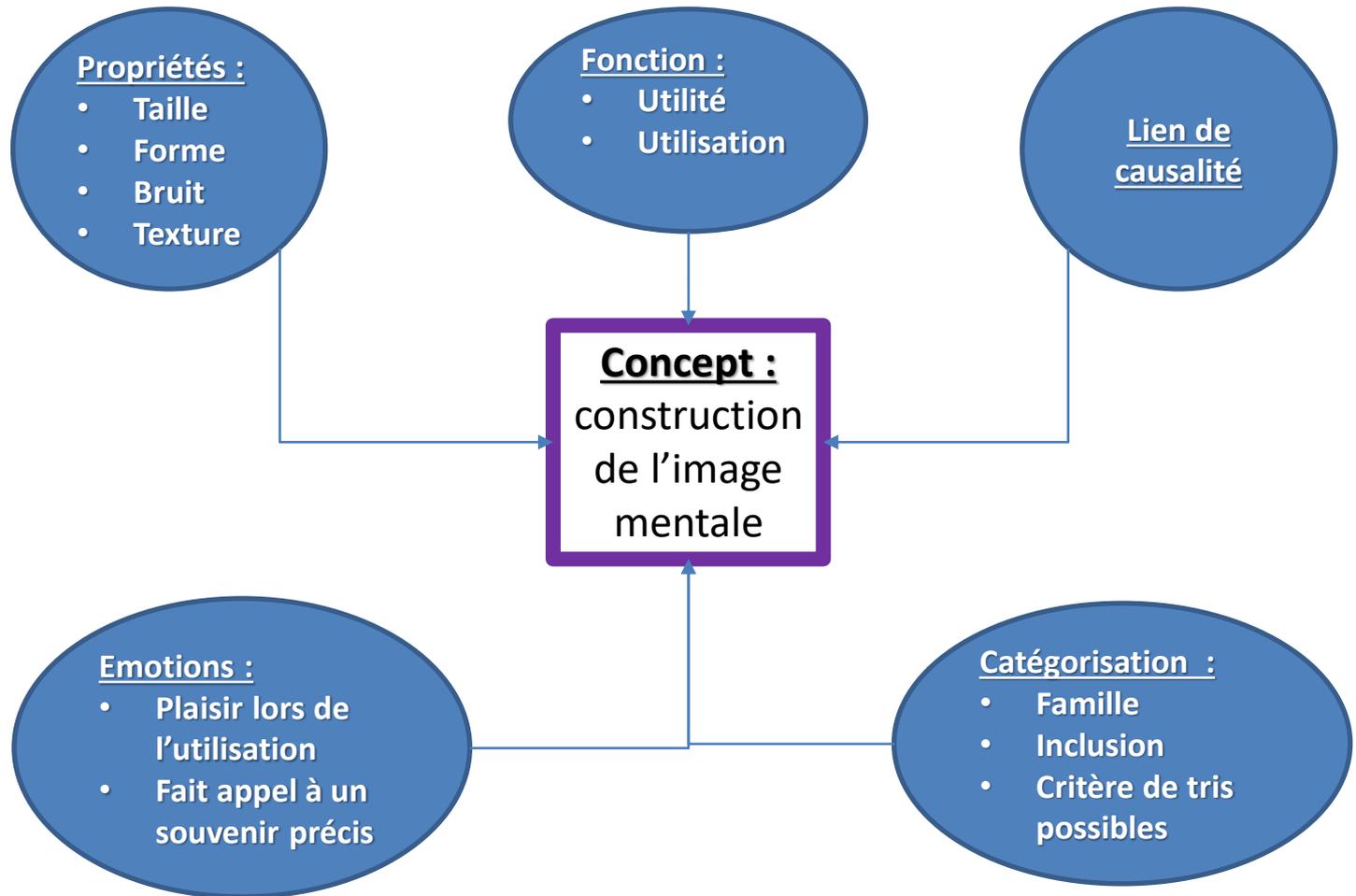


Le Minotaure de SKEPA

# Définition synthétique de l'abstraction

- L'apprentissage de l'abstraction ou la primauté du *concept*.
- Les concepts sont des représentations dont on peut se faire une idée sans l'avoir en face de soi.

# Notions importantes

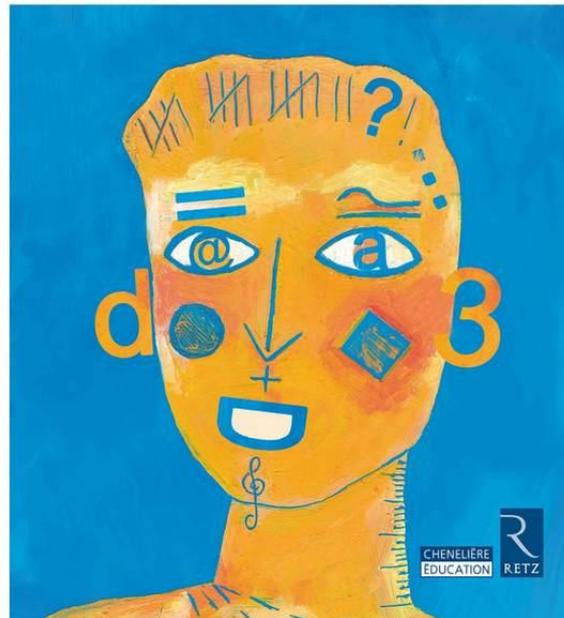


# Pour aller plus loin...

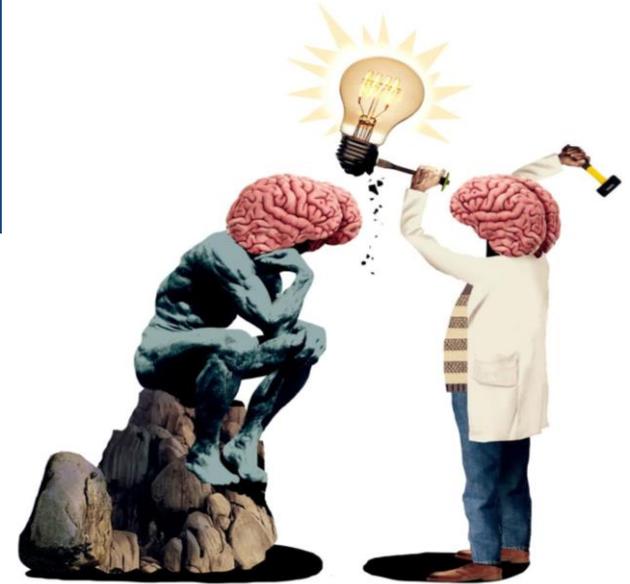
- « L'apprentissage de l'abstraction » Britt-Mari BARTH

Britt-Mari BARTH

L'apprentissage  
de l'abstraction



# Abstraction ???????



*Ce qu'il fallait retenir :*

- Construction d'un concept.
- Découvrir, manipuler, catégoriser, relier à d'autres informations.
- Long processus.

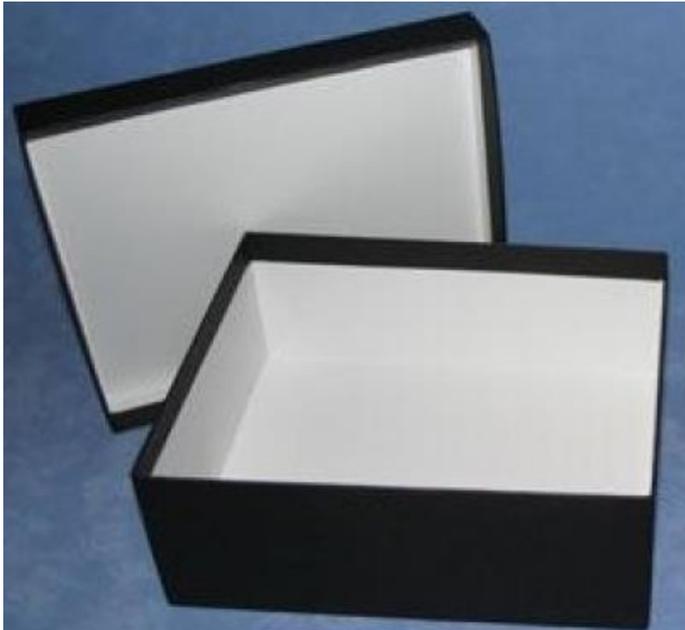
# *Abstraction et manipulation*



# Développer la manipulation ACTIVE/MENTALE

- Introduit dès la maternelle.
- Passer de l'objet présent physiquement que l'on touche, que l'on manipule (manipulation passive « intellectuellement »).
- A l'image mentale de l'objet. Celui-ci servira alors de vérification finale si nécessaire (manipulation active « intellectuellement »).

# Exemple : le jeu de la boîte



- 1 boîte opaque avec un couvercle
- Des objets qui rentrent dans la boîte
- Couvercle à côté de la boîte

# Exemple : le jeu de la boîte



## Situation 1 :

- A l'intérieur de la boîte l'enseignant met  $Z$  billes et l'annonce.
- Les élèves peuvent voir et toucher les billes.
- L'enseignant ajoute ou enlève une quantité  $X$  de billes.
- Les élèves peuvent voir et toucher les billes pour résoudre le problème.

# Exemple : le jeu de la boîte



## Situation 2 :

- **Même démarche mais après avoir enlevé ou ajouté des billes, la boîte est fermée.**
- **Les élèves ne peuvent plus voir et toucher les billes.**
- **Anticipation**
- **La validation de la réponse se fait en manipulant les billes si les élèves en ont besoin.**

## Début de l'abstraction car ...

Les élèves ont du *imaginer la suite* de la situation dans leur tête.

Ils ont fait appel au *film mental* qu'ils se sont créés au moment où ils ont pu manipuler physiquement les billes.

# Exemple : le jeu de la boîte



## Situation 3:

- Même démarche mais la boîte est fermée dès le début.
- Les élèves n'ont jamais pu voir les billes.
- [Ecoute/Anticipation/Raisonnement](#)
- La validation de la réponse se fait en manipulant les billes si les élèves en ont besoin.

## Construction de l'abstraction car ...

Les élèves ont du *imaginer la TOTALITE* de la situation dans leur tête.

# Variable didactique possible : varier les jeux en gardant les mêmes procédures



## Situation 4:

- Même démarche avec la boîte fermée dès le début **MAIS CHANGEMENT d'objets.**
- Les élèves n'ont jamais pu voir les éléments.
- **Anticipation/Raisonnement**
- La validation de la réponse se fait en manipulant les objets si les élèves en ont besoin.

# Abstraction et manipulation



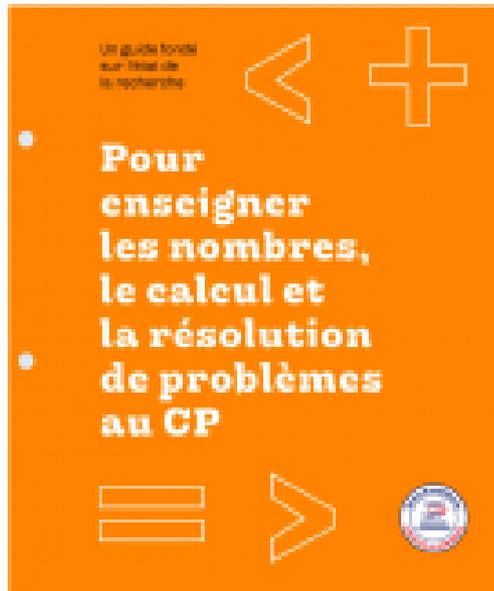
*Ce qu'il fallait retenir :*

- Progressivité
- Développer la manipulation mentale

# *Abstraction et verbalisation*



# Le guide



- « La verbalisation permet de mettre en mots et d'explicitier l'action, sans la produire ou la représenter visuellement. Cette étape cruciale est délicate à travailler. »
- « La verbalisation concerne à la fois le professeur et les élèves. »
- Le professeur « doit verbaliser ses procédures afin que les élèves soient capables de verbaliser leurs propres procédures. »
- « Il s'agit pour l'élève d'explicitier ses actions, sa démarche et ses solutions. »

## Quelles types de questions l'enseignant peut-il poser pour aider l'élève à raisonner et verbaliser ?

- « À quoi réfléchis-tu ? » ; « Où en es-tu ? » ; « Que dois-tu faire pour ... ? »
- « Pourquoi tu ne comprends jamais rien ? »
- « Comment fais-tu pour te tromper à chaque fois ? »
- « Comment as-tu fait ? » ; « Peux-tu me dire ce qui va se passer si ... ? » ; « Crois-tu qu'il va se passer ... si ... ? »
- « Peux-tu dire quelle solution tu as trouvée ? » ; « Peux-tu vérifier ? »
- « Messié, que veux-tu que je te dise ? »
- « Qu'est-ce que je viens de te dire ? »
- « Raconte moi ce que tu as fait avec des mots ? »
- « Comment fais-tu ? » ; « Peux-tu me donner un exemple ? » ; « Comment peux-tu en être certain ? »

## Quelles types de questions l'enseignant peut-il poser pour aider l'élève à raisonner et verbaliser ?

- « À quoi réfléchis-tu ? » ; « Où en es-tu ? » ; « Que dois-tu faire pour ... ? »
- ~~« Pourquoi tu ne comprends jamais rien ? »~~
- ~~« Comment fais-tu pour te tromper à chaque fois ? »~~
- « Comment as-tu fait ? » ; « Peux-tu me dire ce qui va se passer si ... ? » ; « Crois-tu qu'il va se passer ... si ... ? »
- « Peux-tu dire quelle solution tu as trouvée ? » ; « Peux-tu vérifier ? »
- ~~« Messié, que veux-tu que je te dise ? »~~
- « Qu'est-ce que je viens de te dire ? »
- « Raconte moi ce que tu as fait avec des mots ? »
- « Comment fais-tu ? » ; « Peux-tu me donner un exemple ? » ; « Comment peux-tu en être certain ? »

# Abstraction et verbalisation



*Ce qu'il fallait retenir :*

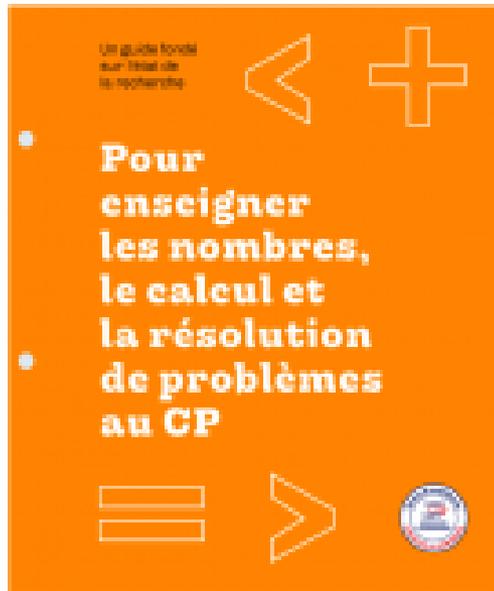
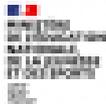
- Mettre en mots les actions, les stratégies, les solutions.
- L'enseignant verbalise **D'ABORD** afin d'aider les élèves à verbaliser leurs stratégies.



# *Abstraction et représentation*

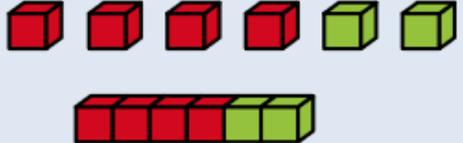
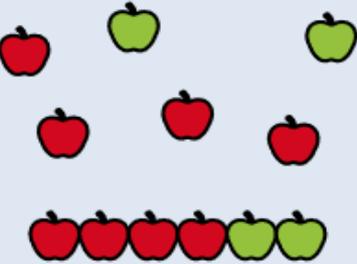


# Le guide



- « Elle convoque la représentation imagée qui amène à se représenter quelque chose sans l'avoir sous les yeux. »
- « Il peut s'agir de représenter par une image, un dessin, une photo, un pictogramme, un schéma, etc. L'action est transformée en image mentale. »
- « Les représentations sont d'abord proches de la réalité du problème (représentation des objets tangibles), puis elles évoluent progressivement vers des représentations plus abstraites et génériques telles que les schémas ou l'écriture mathématique. »

# Le guide

<b>MODE SENSORI-MOTEUR<sup>38</sup></b>	<p>Manipulation d'objets tangibles proches de la réalité :</p> 	<p>Manipulation d'objets tangibles figuratifs :</p> 
<b>MODE IMAGÉ</b>	<p>Représentations imagées des objets tangibles proches de la réalité :</p> 	<ul style="list-style-type: none"><li>• Représentation avec un schéma : </li><li>• Représentation présymbolique (schéma en barres + écriture symbolique) : </li></ul>
<b>MODE SYMBOLIQUE</b>	<p>Écriture en langage mathématique : <math>4 + 2 = 6</math></p>	

# Abstraction et représentation



*Ce qu'il fallait retenir :*

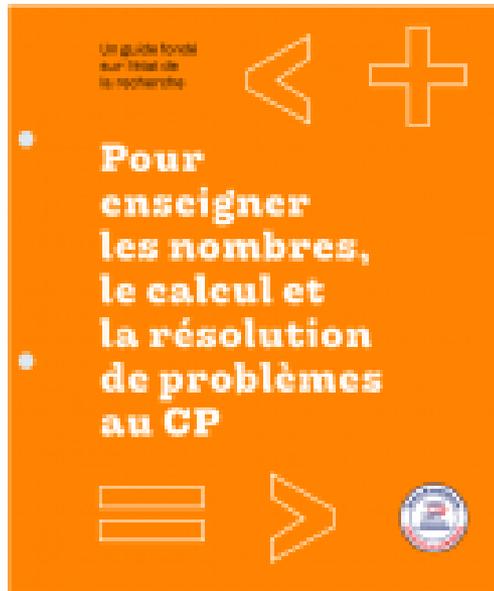
- Progressivité
- Passer de l'objet tangible au schéma

# *Abstraction et modélisation*



# Le guide

Ministère  
de l'Éducation  
et de la Jeunesse  
du Québec



- « Représenter, c'est traduire par un dessin ou un schéma la situation. Le fait de représenter la situation permet de l'appréhender et de favoriser l'entrée dans la résolution. Certaines représentations (souvent de type pictural) ne sont pas traduisibles par un calcul. »
- « Modéliser, c'est traduire mathématiquement la situation. La modélisation amène ensuite à la procédure et au calcul ; elle rend la réalité calculable. Il s'agit d'un processus qui peut prendre appui sur diverses représentations. »

# Le schéma en barre

## UN EXEMPLE DE PROBLÈME ET DE MODÉLISATION PROGRESSIVE PAR LE SCHÉMA EN BARRES

→ « Léo a 7 billes rouges et 5 billes bleues. Combien Léo a-t-il de billes en tout ? »

La résolution de ce problème à l'aide de 7 cubes rouges :



et 5 cubes bleus :



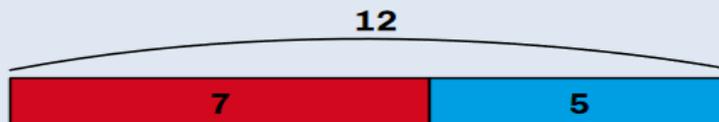
fait apparaître l'assemblage :



puis le schéma :



et enfin le schéma en barres :



12



12

4

4

4

$$4 + 4 + 4 = 12$$

$$3 \times 4 = 12$$

# ★ Nombres et calcul

NC.....

L'addition dans les problèmes



**Je raconte une transformation.**

Ajoute 3

5 + 3 = ?

4 5 6 7 8 9 10 11 12

+

**Les mots dans les problèmes :**

- additionner
- total
- en tout
- plus
- et
- réunir
- ensemble
- avancer
- somme
- ajouter

**Je réunis.**

5 + 3 = ?

3 5

# ★ Nombres et calcul

NC.....

La soustraction dans les problèmes



**Je raconte une transformation.**

Enlève 3

7 - 3 = ?

7 4

-

**Les mots dans les problèmes :**

- soustraire
- enlever
- ôter
- en moins
- différent
- différence
- reste
- rester
- diminuer
- reculer

**Nombre puzzle.**

? - 3 = 7

La différence

7 3

**Je compare.**

# Abstraction et modélisation

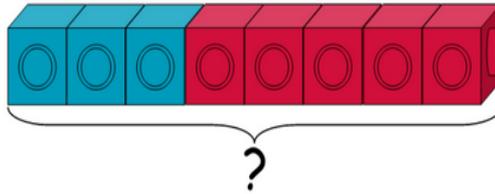
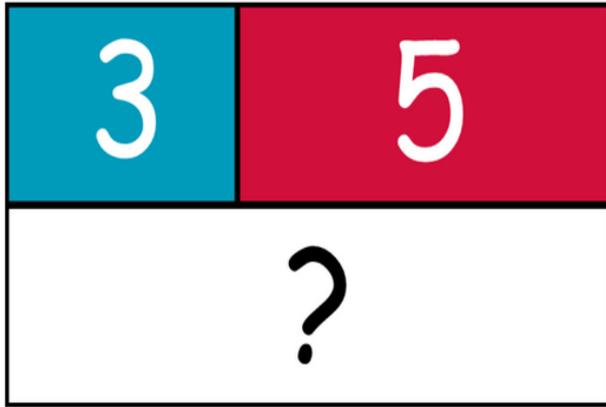


*Ce qu'il fallait retenir :*

- La modélisation aide à trouver le calcul mathématiques.
- Alors que représenter sert à traduire la situation.

# *Résolution de problème et abstraction*

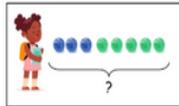
**MERCI DE VOTRE  
ATTENTION**



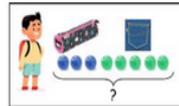
$$3 + 5 = ?$$

RECHERCHE DE L'ÉTAT FINAL +

Lily a 3 billes. Elle **en gagne** 5.  
Combien a-t-elle de billes **en tout** ?

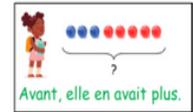


Mathieu a 3 billes dans sa trousse et 5 billes dans sa poche.  
Combien a-t-il de billes **en tout** ?



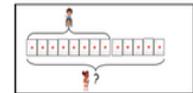
RECHERCHE DE L'ÉTAT INITIAL +

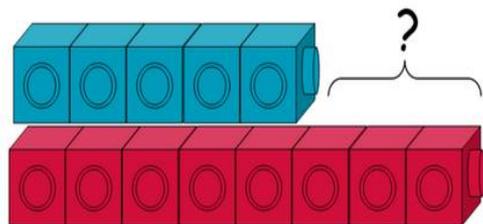
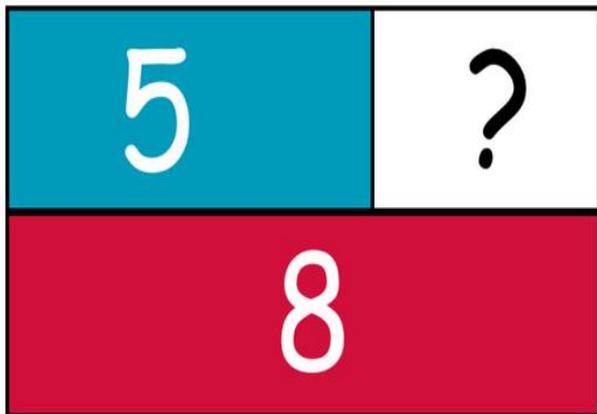
Vanessa a perdu 5 billes. Il lui en reste 3. Combien **en avait-elle avant** ?



RECHERCHE D'UN ÉTAT DE LA COMPARAISON +

Ayoub a 8 cartes. Rachel **en a 5 de plus**. Combien Rachel a-t-elle de cartes ?





$$8 - 5 = ?$$

$$5 + ? = 8$$

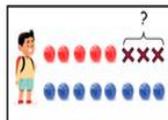
RECHERCHE DE L'ÉTAT FINAL -

Maxime a 8 billes. Il **en perd** 5 à la récréation. Combien de billes **lui reste-t-il** ?



RECHERCHE DE LA TRANSFORMATION

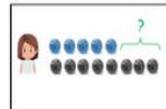
Louis a 8 billes. Il en perd. Il lui en reste 5. Combien **en a-t-il perdu** ?



Louis a 5 billes. Il en gagne. Il en a maintenant 8. Combien **en a-t-il gagné** ?

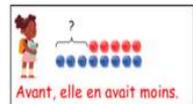
RECHERCHE D'UNE PARTIE D'UN TOUT

Aya possède 8 billes. **5 billes sont bleues** et les autres sont vertes. Combien a-t-elle de billes vertes ?



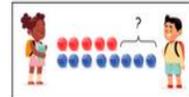
RECHERCHE DE L'ÉTAT INITIAL -

Déborah **a gagné** 5 billes. Maintenant elle en a 8. Combien **en avait-elle avant** ?



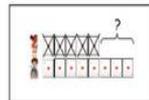
RECHERCHE DE LA COMPARAISON

Elise a 8 billes et Samuel en a 5. Combien **en ont-ils de plus/de moins** ? (Comparer deux collections)

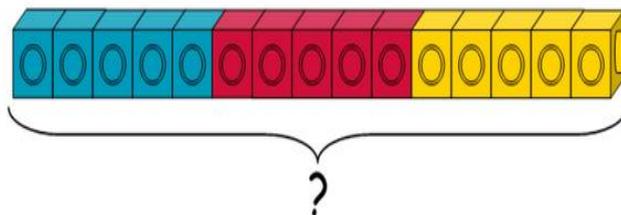


RECHERCHE D'UN ÉTAT DE LA COMPARAISON -

Ayoub a 8 cartes. Rachel **en a 5 de moins**. Combien Rachel a-t-elle de cartes ?



5	5	5
?		

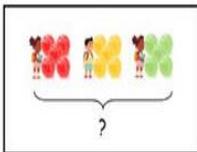


$$3 \times 5 = ?$$

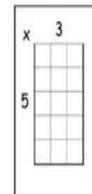
$$5 + 5 + 5 = ?$$

RECHERCHE DU PRODUIT

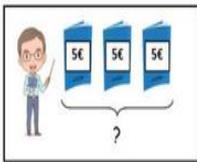
Mathilde distribue des bonbons à 3 amis. Elle en donne 5 à chacun. Combien a-t-elle donné de bonbons en tout ?



Une feuille a 3 carreaux sur sa largeur et 5 carreaux sur sa longueur. Combien y a-t-il de carreaux sur la feuille ?



Le maître achète 3 cahiers. Chaque cahier coûte 5 € Combien cela lui a-t-il coûté en tout ?



Fatima a neuf ans et son père est 4 fois plus âgé qu'elle. Quel âge a son père ?

